2ст математика 09.12.23

Тема: «Метод координат»

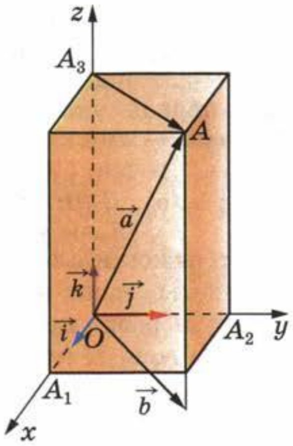

Рис. 125

Так как нулевой вектор можно представить в виде $\vec{0} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$, то все координаты нулевого вектора равны нулю. Далее, **координаты равных векторов соответственно равны**, т. е. если векторы $\vec{a}\ \{x_1;\ y_1;\ z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2;\ y_2;\ z_2\}$ равны, то $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$ и $z_1 = z_2$ (объясните почему).

Рассмотрим правила, которые позволяют по координатам данных векторов найти координаты их суммы и разности, а также координаты произведения данного вектора на данное число.

1^0. Каждая координата суммы двух или более векторов равна сумме соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $\vec{a}\ \{x_1;\ y_1;\ z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2;\ y_2;\ z_2\}$ — данные векторы, то вектор $\vec{a} + \vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 + x_2;\ y_1 + y_2;\ z_1 + z_2\}$.

2^0. Каждая координата разности двух векторов равна разности соответствующих координат этих векторов. Другими словами, если $\vec{a}\ \{x_1;\ y_1;\ z_1\}$ и $\vec{b}\ \{x_2;\ y_2;\ z_2\}$ — данные векторы, то вектор $\vec{a} - \vec{b}$ имеет координаты $\{x_1 - x_2;\ y_1 - y_2;\ z_1 - z_2\}$.

3^0. Каждая координата произведения вектора на число равна произведению соответствующей координаты вектора на это число. Другими словами, если $\vec{a}\ \{x;\ y;\ z\}$ — данный вектор, α — данное число, то вектор $\alpha\vec{a}$ имеет координаты $\{\alpha x;\ \alpha y;\ \alpha z\}$.

Утверждения 1^0—3^0 доказываются точно так же, как и для векторов на плоскости.

Рассмотренные правила позволяют находить координаты любого вектора, представленного в виде алгебраической суммы данных векторов, координаты которых известны. Рассмотрим пример.

Задача

Найти координаты вектора $\vec{p} = 2\vec{a} - \frac{1}{3}\vec{b} + \vec{c}$, если $\vec{a}\ \{1;\ -2;\ 0\}$, $\vec{b}\ \{0;\ 3;\ -6\}$, $\vec{c}\ \{-2;\ 3;\ 1\}$.

Решение

По правилу 3^0 вектор $2\vec{a}$ имеет координаты $\{2;\ -4;\ 0\}$, а вектор $\left(-\frac{1}{3}\vec{b}\right)$ — координаты $\{0;\ -1;\ 2\}$. Так как $\vec{p} = (2\vec{a}) + \left(-\frac{1}{3}\vec{b}\right) + \vec{c}$, то его координаты $\{x;\ y;\ z\}$ можно вычислить по правилу 1^0: $x = 2 + 0 - 2 = 0$, $y = -4 - 1 + 3 = -2$, $z = 0 + 2 + 1 = 3$. Итак, вектор $\vec{p}$ имеет координаты $\{0;\ -2;\ 3\}$.

407 Даны векторы $\vec{a}\,\{3;\,-5;\,2\}$, $\vec{b}\,\{0;\,7;\,-1\}$, $\vec{c}\left\{\frac{2}{3};\,0;\,0\right\}$ и $\vec{d}\,\{-2{,}7;\,3{,}1;\,0{,}5\}$. Найдите координаты векторов: а) $\vec{a}+\vec{b}$; б) $\vec{a}+\vec{c}$; в) $\vec{b}+\vec{c}$; г) $\vec{d}+\vec{b}$; д) $\vec{d}+\vec{a}$; е) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$; ж) $\vec{b}+\vec{a}+\vec{d}$; з) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$.

409 Даны векторы $\vec{a}\,\{5;\,-1;\,1\}$, $\vec{b}\,\{-2;\,1;\,0\}$, $\vec{c}\,\{0;\,0{,}2;\,0\}$ и $\vec{d}\left\{-\frac{1}{3};\,2\frac{2}{5};\,-\frac{1}{7}\right\}$. Найдите координаты векторов: а) $\vec{a}-\vec{b}$; б) $\vec{b}-\vec{a}$; в) $\vec{a}-\vec{c}$; г) $\vec{d}-\vec{a}$; д) $\vec{c}-\vec{d}$; е) $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$; ж) $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$; з) $2\vec{a}$; и) $-3\vec{b}$; к) $-6\vec{c}$; л) $-\frac{1}{3}\vec{d}$; м) $0{,}2\vec{b}$.

410 Даны векторы $\vec{a}\,\{-1;\,2;\,0\}$, $\vec{b}\,\{0;\,-5;\,-2\}$ и $\vec{c}\,\{2;\,1;\,-3\}$. Найдите координаты векторов $\vec{p}=3\vec{b}-2\vec{a}+\vec{c}$ и $\vec{q}=3\vec{c}-2\vec{b}+\vec{a}$.

Для примера:

9.12

1

Дано: $\bar{a}\{5;3;-2\}$
$\bar{b}\{1;0;4\}$

Найти:
а) $(\bar{a}+\bar{b})$, б) $(\bar{a}-\bar{b})$, в) $(2\bar{a})$

Решение:

а) $(\bar{a}+\bar{b})\{5+1;\ 3+0;\ -2+4\}$
$(\bar{a}+\bar{b})\{5;\ 3;\ 2\}$

б) $(\bar{a}-\bar{b})\{5-1;\ 3-0;\ -2-4\}$
$(\bar{a}-\bar{b})\{4;\ 3;\ -6\}$

в) $(2\bar{a})\{2\cdot5;\ 2\cdot3;\ 2\cdot(-2)\}$
$(2\bar{a})\{10;\ 6;\ -4\}$

2

Дано: $\bar{a}\{-1;1;1\}$
$\bar{b}\{0;2;-2\}$
$\bar{c}\{-3;2;0\}$

Найти: $\bar{p} = 3\bar{a} + 2\bar{b} - \bar{c}$

Решение:

$(3\bar{a})\{3\cdot(-1);\ 3\cdot1;\ 3\cdot1\}$ $(2\bar{b})\{2\cdot0;\ 2\cdot2;\ 2\cdot(-2)\}$
$(3\bar{a})\{-3;\ 3;\ 3\}$ $(2\bar{b})\{0;\ 4;\ -4\}$
$(-\bar{c})\{3;\ -2;\ 0\}$

$(3\bar{a}+2\bar{b}-c)\{-3+0+3;\ 3+4-2;\ 3-4+0\}$
$\bar{p}\{0;\ 5;\ -1\}$